PART3 組分け

要点 ① 組合せを利用する組分け

6 人の生徒を A，B，C の 3 つの組に 2 人ずつ分ける場合の数を求める。

A に入る 2 人を選ぶ方法は　　通り

B に入る 2 人を，残り　人から選ぶ方法は　　通り

C に入る 2 人は，残った 2 人である。

よって，分け方の総数は，積の法則より

$$\quad = \quad = 90 \text{（通り）} \quad \cdots\cdots ①$$

6 人の生徒を 3 つの組に 2 人ずつ分ける場合の数は，①の結果とは異なる。
6 人の生徒を a，b，c，d，e，f としたとき，3 つの組の 2 人ずつの組分けの例として

$\{a,\ b\}$，$\{c,\ d\}$，$\{e,\ f\}$

がある。この 3 つの組に A，B，C の名前をつける方法は「　　」を用いると　通りある。これは，他の組分けの場合も同様である。
よって，①の 90 通りには，A，B，C の区別をなくすと同じ分け方になるものが　通りずつ存在する。
よって，6 人の生徒を 3 つの組に 2 人ずつ分ける分け方の総数は

$$\frac{90}{\quad} = 15 \text{（通り）}$$

$\{a,\ b\}$	$\{c,\ d\}$	$\{e,\ f\}$
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

である。これは，${}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{\quad}$ と同様，「　　　」と考えることができる。

[MEMO]

3 異なる9個の玉を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1) A，B，Cの3人に3個ずつ分ける。

(2) 3個ずつ3つの組に分ける。

(3) 2個，2個，2個，3個の4つの組に分ける。

Point Pickup

組合せを利用する組分け

分けるものがすべて区別でき，かつ各組に振り分ける個数が明確な場合は，組合せを用いて組分けを行うことができる。

振り分ける個数が同じ，かつ組に名前がなく，区別できない組が n 組ある場合は，名前をつけて組を区別して組分けを行い，その結果を「　　　　　　　」とよい。

第 3 講　PART3 確認問題

異なる6個の玉を3つの袋に分けて入れるとき，次の場合は何通りあるか。

1 袋をA，B，Cと区別し，それぞれ2個ずつ入れる。

[アイ] 通り

2 袋を区別せずに，それぞれに2個ずつ入れる。

[ウエ] 通り

3 3つの袋に1個，2個，3個ずつ入れる。

[オカ] 通り

PART3 組分け

3 異なる9個の玉を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

⑴　A，B，Cの3人に3個ずつ分ける。

⑵　3個ずつ3つの組に分ける。

⑶　2個，2個，2個，3個の4つの組に分ける。

[解答]

⑴　Aに分ける3個の玉を選び，次にBに分ける3個の玉を選ぶと，Cに分ける3個の玉は残った3個に決まる。よって，分け方の総数は

$$ {}_9C_3 \times {}_6C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1680 \text{（通り）} $$

⑵　⑴の分け方で，同じ個数の組A，B，Cの区別をなくすと，同じ分け方になるものが3!通りずつ存在する。

よって，分け方の総数は $\dfrac{1680}{3!} = \dfrac{1680}{6} = 280$（通り）

⑶　9個の玉をA，B，C，Dの4組にそれぞれ2個，2個，2個，3個ずつ分けるときの分け方の総数は ${}_9C_2 \times {}_7C_2 \times {}_5C_2$ 通り。

同じ個数の組A，B，Cの区別をなくすと，同じ分け方になるものが3!通りずつ存在する。

よって，分け方の総数は $\dfrac{{}_9C_2 \times {}_7C_2 \times {}_5C_2}{3!} = \dfrac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \times \dfrac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \times \dfrac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \times \dfrac{1}{6} = 1260$（通り）

第 3 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] アイ：90

[解説]

6 個の玉の中から，A に入る 2 個の玉を選ぶ方法は，

$_6C_2$ 通り [A]

残り 4 個の中から，B に入る 2 個の玉を選ぶ方法は，

$_4C_2$ 通り

残りの 2 個は C に入る。これは 1 通り。

よって，求める場合の数は，

$$_6C_2 \times {}_4C_2 \times 1$$ [B]

$$= \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 = \mathbf{90}\,\textbf{(通り)}$$

[A]　A，B，C の順番に，入れ方の総数を求めていく。

[B]　積の法則により場合の数を求める。

2

[正解] ウエ：15

[解説]

3 つの袋を A，B，C と区別して分ける方法

$_6C_2 \times {}_4C_2 \times 1$

のうち，袋 A，B，C の区別をなくすと同じ分け方になるものが 3! 通りずつ存在する。 [C]

よって，求める場合の数は，

$$\frac{90}{3!} = \frac{90}{6} = \mathbf{15}\,\textbf{(通り)}$$

[C]　組に入る個数（人数）が同じ，かつ組に名前がなく区別できない組が n 組ある場合は，名前をつけて組を区別して組み分けを行い，その結果を $n!$ で割るとよい。

3 **[正解]** オカ：60

[解説]

6個の玉の中から1個選んで1つの袋に入れる方法が,

6 通り

残り5個の中から2個選んで1つの袋に入れる方法が

${}_5C_2$ 通り

残りの3個は余った袋に入る。これは1通り。 [D]

[D]　袋に入る玉の数が異なるので，3つの袋は区別できる。

よって，求める場合の数は,

$$6\times{}_5C_2=6\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=\mathbf{60}\ \textbf{(通り)}$$